PERFECTA CIRCULI QUADRATURA,

UBI GEOMETRICE DEMONSTRATUR ESSE PERIPHERIAM DIAMETRI TRIPLAM CUM UNA OCTAVA,

ab

EUGENIO CORSONICH

VICECOLONELLO in EXERCITU REGNI

INVENTA, ac TANDEM Anno 1774. IN LUCEM EDITA

VARSAVIÆ

In Typographia S. R. M. & R. P.

PRÆFATIO

Perfecta Circuli Quadratura, ut termino utar technico, ab omni ævo acutissima exercuit ingenia Mathematicorum, quorum etiam nonnulli extitêre, qui sibi persuasum habuerunt, se in reperienda ea non incassum laborasse. Ita Celeberrimus Nicolaus Cuzanus S. R. E. Purpuratus illam dudum invenisse fertur, non tamen ope geometricarum demonstrationum, sed beneficio figurarum quarundam peculiarium non nisi ipsimet soli notarum. Ast vel sibi duntaxat placere blandirique voluit hoc miraculo, vel tandem defunctus est morte, priusquam illam in vulgus protulisset. Id unum certum est, inventum unàcum suo Auctore tumulatum, & nos tanto bono destitutos fuisse. Offert se mihi hic quoque Geometra cognomento Bravardinus, qui hac super re opusculum suum curavit typis demandandum. Verùm tantum abest, ut scopum suum attigerit, ut potius ab eo quam maxime aberraverit. Profectò juxta assertum suum chorda deberet esse ejusdem longitudinis ac arcus ipse quod est impossibile, rectæque rationi absonum. Non minùs gloriam hujus inventi sibi attribuit Architectus quidam militaris de Beaulieu cognominatus; sed quantum spe sua falsus sit, testatur ejus Geometria Gallica Superiori seculo edita. Nec defuêre nonnulli, qui magistrali aura meras nugas tricasque garrivere, dum problemata hujusmodi autumabant meridiana luce clariùs demonstrare. Quid! quod eò insolentiæ processerunt, ut elatö supercilio nonnullos de Republica litteraria optimè meritos viros despicatui haberent, dum

purum commentum ad ravim usque occentabant. Quapropter eò denique devoluta res erat, ut plerique Mathematici existimârint, facilius esse homini sursum volare, quam perfectam Circuli Quadraturam in numeris nancisci finitis. Præconceptam istam opinionem à vero haud quaquam esse alienam meritò censebant; nam extra omnem dubitationis aleam positum est, celeberrimos viros illos, qui ab omni ævo pro tantæ rei disquisitione lucubrârunt, nullum progressus sui fructum nobis reliquisse præter perdifficilem & inanem objecti tam magni investigationem. Hinc est, quod ego summas scientiarum omnium Fonti, & Supremo earundem Distributori Deo Ter Optimo Maximo rependo grates, cui complacitum est, me post diuturnam, maturam, ac sedulam inquisitionem, & improbum laborem, qui equidem vincit omnia, tandem invenisse, quod ab omni tempore tota Litteratorum Cohors exoptavit, nempe perfectam Circuli Quadraturam, quæ in hoc opusculo accuratius demonstratur, ac aliquibus præcipitanter judicantibus primo intuitu forsan videbitur. Ultro fateor mentem non fuisse meam initiò, eam edendi in lucem. Ast memini homines nos esse, & ea lege natos, ut quilibet sua expleat munera. Proinde, ne membrum in Republica litteraria prorsus viderer inutile, facilè adduci passus sum, ut tale inventum, quod in maximos Matheseos derivat usus, juris facerem publici. Sed jam nonnullos inaudire videor nullo prævio examine harum propositionum dicentes: quid gloriatur auctor ille præposterus de inventione tanti momenti, in qua ingenia præstantissima hactenus frustra desudarunt? referat se potius in numerum eorum, quorum conatus irritos ipsemet recensuit: si evolvisset opera Clarissimorum Kæstneri, Lamberti, Montuclai, aliorumque, qui impossibilitatem talis inventi demonstrarunt; supersedisset labore hoc supervacaneo, & aliter sentiret. *Etsi his viris de incremento Litterarum optimè meritis multum tribuam; fateri tamen debeo,*

quod

quod non ignorabam æque ac illi, neminem ad hunc ſcopum pervenire poſſe per vias hactenus calcatas: proinde aliam longe diverſam arripui, quæ ex hoc libello ſufficienter innoteſcet. Hunc, Benevole Lector, ſi attenta mente, & ſepoſitis animi affectibus præjudiciisque perluſtraveris; ſpondeo te de veritate aſſerti mei æquè convictum iri, ac ego ipſemet ſum convictus, qui hoſpes in Mathematicis Diſciplinis nequaquam dici mereor. Non morabor te diutius verens, ne ſim nimius, teque longo ne afficiam tædio. Id unum duntaxat mihi supereſt, ut te etiam atque etiam rogem, ut hos meos, qualeſcunque ſunt labores, ſerena fronte excipias, & pro æquitate tua contra Momorum cavillationes, qui optima quæque dicta Theonino rodere ſolent dente, tuearis, meumque de Te, & re litteraria bene merendi ſtudium æqui bonique conſulas. Vale.

DIVI

DIVISIO HUJUS OPUSCULI.

§. *1mus* De proportione Arithmetica continua pro intelligendo paragrapho 2do. & 9no. necessaria.

§. *2dus.* De invenienda Area Circuli ex sola Diametro,

§. *3tius.* De experimento, quo demonstratio praecedens comprobari potest.

§. *4tus.* De invenienda Peripheria & ratione ejus ad Diametrum ex Area Circuli.

§. *5tus.* De Consensu communi per quem denuo demonstratur Peripheriam esse ad Diametrum uti $3\frac{1}{8}$. ad 1.

§. *6tus* De Consectariis, quae ex demonstratis deducuntur.

§. *7mus.* De Caussis, ob quas ratio vera per bisectionem laterum Poligonorum reperiri nequit.

§. *8vus.* De Caussis, ob quas ratio vera ope Canonis sinuum reperiri nequit.

§. *9nus.* De erroribus stupendis, quos proportio prope vera in Calculo Circulorum majorum producit.

§. 1mus.

DE PROPORTIONE ARITHMETICA CONTINUA PRO INTELLIGENDO

§. 2do, & 9no necessaria.

Ratio Arithmetica est comparatio duorum numerorum quoad differentiam seu residuum.

Proportio Arithmetica est æqualitas duarum rationum: eaque est vel *Discreta* ut 7-5=12-10 ubi sunt quatuor numeri differentes habentes eandem differentiam nempe 2. vel *Continua*; ut 7-5=5-3, ubi sunt tantum tres numeri differentes, quia secundus occupat etiam locum tertii, qui ideo medius Arithmeticè proportionalis vocatur.

Numeri Arithmetice proportionales sunt vel *Crescentes*; ut 3-5=5-7- vel *Decrescentes* ut 7-5=5-3.

Sit in proportione Arithmetica continua crescenti primus numerus = a, erit secundus a + d, & 3tius

a +

a + 2d. Summa extremorum eſt 2a + 2d: duplum medii eſt quoque 2a + 2d, hinc in proportione Arithmetica continua.

1mo. Summa extremorum eſt æqualis duplo medii.

2do. Si à duplo medii 2a + 2d ſubtrahatur primus a, remanet tertius a + 2d.

3tio Si ab eodem duplo auferatur tertius a + 2d, reperitur primus a.

4to. Si Summa primi & tertii 2a + 2d dividatur bifariam, prodit ſecundus a + d.

Eadem Theoremata locum habent etiam in proportione continua decreſcenti a + 2d, a + d, a, ùt conſideranti patebit.

---

§. 2dus.

PROBLEMA DE INVENIENDA AREA CIRCULI EX SOLA DIAMETRO.

RESOLUTIO.

1mo. Quadrato Diametri addatur aliud, cujus latus ſit ad Diametrum ùt 3. ad 4,

2do. Summa dividatur per 2. ſemiſumma erit area circuli. e. g. ſit diameter 100, erit quadratum ejus 10000, latus quadrati alterius 75, & quadratum ipſum 5625. Summa horum quadratorum 15625, dividatur per 2. ſemiſumma $7812\frac{1}{2}$ erit area circuli.

PRÆ.

PRÆPARATIO Fig. 1.

Circumſcribatur circulo quadratum A B C D, cujus latus ſit diameter: inſcribatur ei quoque aliud e f g h, cujus latus ſit ad diametrum ut 3. ad 4. quo facto patet, ſubtractó quadráto inſcripto ſeu interno ab area circuli, remanere quatuor ſegmenta mutila (a) inter ſe æqualia; ſubtracta vero area circuli à quadrato diametri ſeu circumſcripto, relinqui quatuor Triangula mixtilinea (b) itidem inter ſe æqualia. Si igitur demonſtravero, quadratum inſcriptum e f g h eſſe numerum tertium Arithmetice proportionalem ad quadratum circumſcriptum, & aream Circuli, illico conſtabit hanc eſſe mediam proportionalem: conſequenter reſolutionem Problematis fieri debere methodo præſcripta. Quod vero quadratum hac ratione inſcriptum ſit tertium proportionale, id clariſſimum faciet ſequens

DEMONSTRATIO.

Cogitetur Diameter circuli minutiſſimi diviſa in particulas infinite exiguas, atque huic circello eſ-

(a) Segmenta ſunt partes circuli inter chordam & arcum interceptæ: hic vocantur mutila, quia aliquid ipſis deeſt: quemadmodum eſt Segmentum d e r l a d, à quo ſuperius reſectum eſt triangulum i l a = triangulo e i n, inferius vero c e d = h b c: nam areæ circuli ſolum demitur per ſubtractionem quadrati inſcripti tantum, quantum ei de hoc ineſt; hæc parva triangula ſunt autem ſita extra ejus aream; proinde ſeorſim a ſegmentis ſubtrahi debent.

(b) Triangula mixtilinea ſunt hic ea, quæ conſtant ex duabus ſemidiametris & quarta parte peripheriæ ut triangulum b A n r b.

ſe circumſcriptum quadratulum diametri, & inſcripta alia infinite parva, quæ ſe invicem circumcirca ita ſtringant, ut nullum aliud intermedium inter ea ſit conceptibile: evidens eſt, tot eorum concipi poſſe, quot diameter habet hujusmodi particulas. Sic ſi hæc fuerit 4^{IIII}, concipere licet in hujuſmodi circello 4. quadratula, nimirum 3. interna, in quibus latus primi eſt 1^{IIII}, ſecundi 2^{IIII}, tertii 3^{IIII}, & quartum circumſcriptum, cujus latus continet omnes quatuor particulas diametri. Cum porro ſimilia, ſalva ſimilitudine, quantitate differre poſſint; circuli verò omnes ſint inter ſe ſimiles, quemadmodum etiam quadrata; poteſt circellus ille cum ſuo quadratulo circumſcripto repræſentari per circulum r ſ t u, cui circumſcriptum eſt quadratum diametri, quæ hic ponitur 4^{IIII}. Inſcribatur ergo huic circulo quadratum y x z v, cujus latus ſit 1^{IIII}. Quoniam numerus tertius proportionalis eſt ille, qui ſubtractus à medio relinquit eandem differentiam quam relinquit medius ſubductus à primo proportionali; nequit quadratum hoc eſſe tertium proportionale: nam ſubtractum ab area circuli relinquit differentiam, nempe quatuor ſegmenta y o b r n p x &c: multo majora quatuor triangulis mixtilineis, quæ prodeunt per ablationem areæ circuli à quadrato circumſcripto. Reddantur ergo ſegmenta minora, quod fit inſcribendo quadratum o p k q, cujus latus ſit uno puncto longius, nimirum 2^{IIII}, per cujus ſubtractionem ſegmenta o b r n p o &c evadunt quidem prioribus minora, ſed quia adhuc excedunt triangula mixtilinea, ut ex inſpectione fi-

gnræ

guræ patet, nequit etiam hoc quadratum esse tertium proportionale. Ut ergo segmenta denuo minuantur, inscribatur tertium quadratum e f g h, cujus latus sit 3^{IIII}, quo subducto ab area circuli remanent 4 segmenta d e r l a d &c. quæ cum magis minui non possint, quoniam per hypothesim inter secundum & quartum quadratum non est aliud conceptibile nisi tertium, æquari debent illis 4. triangulis mixtilineis: consequenter hoc quadratum, cujus latus est ad diametrum ut 3. ad 4, est tertium proportionale. Sit porro Diameter 8^{IIII}, possunt circulo septem quadrata inscribi, & octavum circumscribi: ex prioribus quinque nullum potest esse 3tiū proportionale; nam licet quodlibet eorum sensim minuat segmenta; tamen quadratum quintum relinquit illa adhuc majora triangulis mixtilineis; cum verò septimum quadratum reddat illa his minora, ut delineanti figuram patebit; nequit etiam illud esse tertium proportionale. Quoniam porro inter quintum & septimum quadratum per hypothesim nullum aliud locum habet nisi sextum, cujus latus 6. est ad diametrum 8. ùt 3. ad 4, evidens est, per hoc segmenta reddi debere æqualia triangulis mixtilineis: nam quoniam illa in eadem proportione & tam insensibiliter decrescunt, ac quadratula interna crescunt; impossibile est, ut segmenta fiant triangulis mixtilineis minora, quin eis evadant prius æqualia: hinc quadratum hoc sextum est tertium proportionale. Cum igitur de omnibus circulis demonstrari possit, quadratum hac ratione inscriptum esse tertium proportionale; sequitur inde are-

am circuli esse mediam; sed numerus medius Arithmeticè proportionalis reperitur addendo primo tertium, & summam dividendo per duo: ergo etiam area circuli reperitur addendo quadrato diametri aliud, cujus latus est ad diametrum ùt 3 ad 4. & summam dividendo per 2.

---

§. 3tius
DE EXPERIMENTO, QUO DEMONSTRATIO PRÆCEDENS COMPROBATUR.

ETsi demonstratio præcedens sit per se clara, & convincens; consultum tamen duco, experimentum indicare, quo quilibet eam comprobare possit: experimenta enim, ait cl. Wolffius, spectanda sunt tanquam examina, quibus convincimur, nos per ratiocinia legitima veritatem fuisse assecutos. In hunc finem Diameter Circuli r s t u, Fig. 1. dividitur in partes quotcunque æquales, & quidem aliquoties e. g. in 12, 16; 20, 30: ex his partibus Diametri quæratur latus Quadrati inscribendi inferendo: ùt 4, ad 3. ita 12. ad prædictum latus, quod operationibus finitis reperietur 9, 12. 15, 22½ harum partium, qualium diameter continet 12, 16, &c. applicentur deinde hæc latera successivè circulo r s t u: & observabitur, quodlibet eorum cadere supra latus h e, eique congruere, consequenter idem segmentum resecare, quod proinde æquale esse debet triangulo mixtilineo: si enim

inter

inter ea minima daretur inæqualitas, hæc congruentia successiva illicò tolleretur. Quod si porro describantur circuli diversi, iisque applicetur latus, quod sit ad diametrum ùt 3. ad 4; solo oculi judicio observari poterit, illud in omnibus resecare segmentum æquale triangulo mixtilineo. At si latus hoc vel tantillum excedat rationem prædictam; hæc æqualitas statim tolletur, & segmentum evadet eò minus triangulo, quo major adhibetur in describendo circulo radius. Pro experienda hac veritate poterit in pavimento cubiculi ope cretæ & funiculi, aut in solo ope clavi Majoris, radio 100 digitorum in mensura majori describi quadrans circuli, eique applicari latus alterum 150 digitorum, quod est ad diametrum ùt 3. ad 4; alterum vero 151^{ll}, quod ex paragrapho ultimo innotescet: ita unico obtutu observabitur, segmentum per latus prius resectum esse æquale; segmentum vero per latus posterius abscissum esse multo minus triangulo mixtilineo.

---

§. 4tus.

DE INVENIENDA PERIPHERIA & RATIONE EJUSDEM AD DIAMETRUM EX AREA CIRCULI

RESOLUTIO.

1mo. Area Circuli dividatur per radium dimidium: quotus dabit Peripheriam.

2do. Peripheria reperta dividatur per diametrum, quotus indicabit rationem hujus ad illam e. g. sit diameter

meter 8, erit area circuli per ante demonſtrata 50. hæc diviſa per dimidium radium 2. dabit peripheriam 25. Quod ſi hæc porro dividatur per diametrum 8, prodibit quotus $3\frac{1}{8}$. eſt itaque ratio diametri ad peripheriam ùt 1. ad $3\frac{1}{8}$, ſeu tollendo fractionem ùt 8. ad 25.

DEMONSTRATIO.

Area circuli eſt factum ex dimidio radio in peripheriam; ſed ſi factum per alterutrum factorem dividatur, prodit factor alter: ergo dividendo aream circuli per dimidium radium, quotus manifeſtabit peripheriam: conſtat enim circulum æquari triangulo, cujus baſis æqualis eſt peripheriæ, altitudo vero radio; ſed baſis hujus trianguli reperitur dividendo aream ejus per dimidiam altitudinem: ergo etiam Peripheria Circuli reperitur dividendo aream ejus per dimidium radium. Liquet Poligonum regulare æquari triangulo, cujus baſis æqualis eſt perimetro poligoni, altitudo verò perpendiculo à centro ad unum latus demiſſo; ſed circulus eſt poligonum regulare infinitorum laterum, cujus perpendicularis à centro ad hujuſmodi latus infinitè parvum demiſſa æqualis eſt radio; ergo etiam circulus æqualis eſt triangulo &c. Quoniam tandem ratio geometrica nihil aliud eſt, quam comparatio duorum numerorum quoad quotitatem, evidens eſt reperiri rationem diametri ad peripheriam ùt 1 ad $3\frac{1}{8}$ dividendo hanc per illam.

§. 5tus

§. 5tus.

DE CONSENSU COMMUNI, PER QUEM DENUO DEMONSTRATUR PERIPHERIAM ESSE AD DIAMETRUM ùt $3\frac{1}{8}$ ad 1.

NOn posse dari nisi unicam rationem veram, nemo diffitebitur; sed quoniam ea semper visa fuit inventu impossibilis; varii varias tradiderunt propè veras dictas, è quibus tres primarias hactenus usu receptas in medium afferre liceat. Archimedes in libro suo de Dimensione Circuli Prop. VII. inquit: *Circuli Peripheria tripla est Diametri, & excedit eam minori quam 7ma parte Diametri; majori autem quam* $\frac{10}{71}$. Ludolphus à Ceulen seu Culenius facit Diametrum $\frac{100000000000000000000000000000000}{314159265358979323846264338387950}$ Peripheriæ; sed quia hi numeri sunt nimis prolixi; à plerisque tantum 3. notæ priores utrinque assumuntur nempe $\frac{100}{314}$. Adrianus Metius statuit diametrum esse $\frac{113}{355}$. Peripheriæ. Licet itaque omnes tres inter se dissentiant, in hoc tamen conveniunt, & cum illis omnes hodierni Mathematici, quod peripheria contineat diametrum ter cum paulisper minori, quam *7ma* parte: quapropter hic consensus meritò vocari potest communis. Hoc probe animadverso & assumpta diametro in particulis infinitè parvis, ita ut sit e gr. 8 punctorum; evidens est peripheriam esse debere 25^{IIII}. si enim esset 26^{IIII}, contineret diametrum ter cum $\frac{2}{8}$ seu $\frac{1}{4}$, quod esset contra consensum communem. Quod siquis parsimoniæ amans per ablationem unius puncti arbitretur peri-

pheriæ

pheriæ nimium fuiſſe ademtum; aſſumat diametrum in puncti decimis: ita ut contineat e. gr. 56^{IIIII}, & illico conſtabit, peripheriam nequaquam eſſe poſſe 176^{IIIII}, nam hic numerus diviſus per diametrum 56, manifeſtat quotum $3\frac{1}{7}$, qui eſt denuo contra conſenſum communem. Auferatur igitur à peripheria una puncti decima, quæ eſt particula fere imperceptibilis, manebunt 175^{IIIII}, quæ particulæ diviſæ per 56, produnt quotum 3. cum $\frac{7}{56}$ ſeu $\frac{1}{8}$. Quoniam autem ratio diametri ad peripheriam in omnibus circulis ob ſimilitudinem eorum eſt eadem; evidens eſt peripheriam circuli cujuſcunque eſſe diametri triplam cum $\frac{1}{8}$. Ad quid ergo quærere nodum in ſcirpo? cur ſtatuere irrationalitatem rationis, quæ hic non datur, & cujus impoſſibilitas patet partim ex demonſtrationibus præcedentibus, partim ex conſenſu communi, qui propterea meritò earum lapis lydius vocari poteſt.

---

§. 6tus.

DE CONSECTARIIS, QUÆ EX DEMONSTRATIS DEDUCUNTUR.

1mo. Multiplicando diametrum per $3\frac{1}{8}$, illico habetur peripheria, ſic ſi diameter fuerit 7, vel 100, vel 113; erit peripheria $21\frac{7}{8}$, $312\frac{1}{2}$, $353\frac{1}{8}$.

2do. Reperitur etiam peripheria per regulam proportionum inferendo: ut 8 ad 25, ita diameter data ad peripheriam quæſitam; ſed minori calculi compendio.

3tio.

3tio. Si area circuli dividatur per peripheriam prodit quarta pars diametri, cujus quadruplum eſt diameter ipſa.

4to. Area circuli reperitur eadem, ſive inveſtigetur per numeros Arithmetice proportionales, ſive per ductum quartæ partis Diametri in peripheriam.

5to. Poſita diametro 8, ejus quadratum eſt 64, & area circuli 50: hinc illud conſtanter eſt ad hanc ùt 64. ad 50, & cubus ad ſphæram ùt 512. ad $266\frac{2}{3}$, hoc eſt multiplicando utrinque per 3, & productum dividendo per 32, ùt 48. ad 25.

6to. Area circuli continetur in quadrato ſuæ diametri $1\frac{7}{25}$.

7mo. Quadratum inſcriptum comprehenditur in area circuli $1\frac{7}{18}$; in quadrato autem diametri $1\frac{7}{9}$.

---

§. 7mus.

DE CAUSIS, OB QUAS PER BISECTIONEM LATERUM POLIGONORUM NEQUIT REPERIRI RATIO VERA, Fig. 2,

CHorda A B ſubtendens arcum 60. graduum eſt, latus Hexagoni, conſequenter æqualis radio cui ſi tribuantur 10000000. partes; erit dimidia chorda A E 5000000. harum partium. Ut ergo reperiatur latus dodecagoni nempe chorda A D ſubtendens arcum 30°; operandum eſt hoc modo: quadratum dimidiæ chordæ A E ſubtrahatur à qua-

drato radii A C, ut prodeat quadratum E C. radix inde extracta 8660254 manifestat latus E C. sed remanent adhuc 655484 particulæ. Radix inventa EC subtrahatur â radio DC, ut prodeat altitudo chordæ DE, sed quoniam in hac subtractione particulæ residuæ 655 &c: negliguntur; evadit altitudo hæc justo major. Porro ex summa quadratorum A E & D E extrahatur radix, ut habeatur latus dodecagoni D A, quod erit paulisper justo majus, quia quadratum E D peccat parum in excessu. Si itaque per continuam bisectionem ab hexagono investigetur latus poligoni 6144 laterum; radix quadrata vicies est extrahenda, antequam ad illud perveniatur; & ideo excessus primus ex radice surda ortus per hanc crebram extractionem & subtractionem semper paululum augetur adeo, ut tandem latus illud quæsitum justam magnitudinem præterpropter $\frac{1}{10000000}$ excedat. Etsi hic excessus fere nullius esse videatur momenti; tamen in ambitu poligoni inscripti toties augetur, quoties unitas continetur in numero laterum poligoni. Et quoniam latus poligoni circumscripti per regulam proportionum inventum pariter in excessu peccat, oportet ut hic quoque in perimetro toties augeatur, quoties ante dictum. Quoniam tandem ambitus utriusque poligoni reducendus est in unam summam, & hæc dividenda per 2, ut prodeat linea circularis; peccabit hæc semper in excessu. Quapropter hoc modo ratio vera inveniri nequit.

§. 8vus.

DE CAUSIS, OB QUAS RATIO VERA REPERIRI NEQUIT OPE CANONIS SINUUM. Fig. 2.

QUod de continua bisectione laterum poligonorum dictum est, valet etiam de sinibus: nam si quadratum Sinus recti A E subtrahatur à quadrato radii A C, remanet quadratum Cosinus EC, ex quo radix extracta manifestat cosinum EC: hic subtractus à radio DC prodit sinum versum DE, qui ob fractionem neglectam fit justo major. Si porro ex summa quadratorum sinus versi D E, & recti A E extrahatur radix; prodit chorda AD justo parum major, cujus dimidium est sinus arcus dimidii nempe 15°. Ut reperiatur sinus arcus denuo dimidiati nempe 7° 30', est operandum sicut antea, & probe notandum, per continuam extractionem radicis sinus subalternos semper minui; sed excessum primum ex irrationalitate quadratorum ortum continuo augeri. Ut igitur reperiatur sinus unius minuti, extrahenda est radix vicies sexies. *Primò* per analysin quæritur latus Pentagoni, ejus dimidium est sinus 36°, & hic duplex extractio radicis facienda est. *secundò* ex sinu invento 36° quæritur ejus cosinus 54°: en tertia extractio. *tertiò* ex inventis sinibus 36° & 54° quæritur sinus arcus semidifferentiæ nempe 12°: en quarta, quinta, & sexta extractio. *Quartò* ex sinu invento 12° quæruntur 10 sinus arcuum continuò dimidiatorum, quod fit per 20 extractiones radicis:

ita reperietur tandem ſinus unius minuti fere 2909 partium, quarum radius continet 10000000. Quoniam peripheria circuli complectitur 21600 minuta; hæc multiplicata per 2909 faciunt 62834400: eſt ergo diameter ad peripheriam ùt 20000000 ad 62834400 fere, id eſt dividendo utrinque per 200000, ut 100 ad 314: ſed quia radix fuit vicies ſexies extracta, & quidem imperfecte ob irrationalitatem quadratornm, facilè concedi poteſt ſinum unius minuti repertum nempe 2909 juſtam magnitudinem excedere $\frac{15}{10000000}$ & $\frac{13}{27}$ unius 10000000, quæ fractio verè eſt exigua, at multiplicando eam per numerum minutorum peripheriæ nempe 21600, prodit exceſſus 334400, qui ſubtractus à peripheria ante inventa 62834400 relinquit 62500000. Eſt ergo diameter ad peripheriam uti 20000000 ad 62500000, hoc eſt dividendo utrinque per 200000, ùt 100 ad $312\frac{1}{2}$=8 ad 25=1 ad $3\frac{1}{8}$. Hinc ſatis ſuperque patet, ex ſinibus, licet in trigonometria maximi ſint uſus, rationem veram nequaquam poſſe reperiri.

---

§. 9nus.

DE ERRORIBUS STUPENDIS, QUOS IN CALCULO CIRCULORUM MAJORUM RATIO PROPE VERA PRODUCIT.

BEne perpenſis ijs, quæ præceſſerunt, operæ pretium erit examinare proportionem Ludolphi à

Ceulen

Ceulen, quæ eſt una ex primariis, quaque dijudicata de cæteris facile judicium ferri poterit. In hac ſe habet diameter ad peripheriam ùt 100 ad 314: hinc poſita diametro 200'', erit quadratum ejus 40000'', & area circuli 31400'': ad hos duos numeros quæratur tertius arithmeticè proportionalis, qui reperitur ſubtrahendo à duplo areæ 62800'' quadratum diametri: reſiduum 22800'' dabit quadratum inſcribendum utpote tertium proportionale, quod cùm ſit ſurdum, evadet addita unitate rationale: ejus radix 151'' erit latus quadrati inſcribendi. Inſcribatur etiam quadratum, cujus latus ſit ad diametrum ùt 3 ad 4 nempe 150'', quod reddet ſegmenta mutila vi demonſtrationis primæ æqualia triangulis mixtilineis, ſed quadratum prius reddet illa ſimul ſumpta 300'' minora his, ita ut hic defectus ſit æqualis exceſſui quadrati prioris ſupra poſterius. Hinc quadratum prius nequit eſſe tertium proportionale, nec area circuli 31400'' media, quoniam juſtam magnitudinem excedit 150'' ob exceſſum peripheriæ, quæ hic evadit tribus pedibus juſto major. Quia porro creſcente diametro etiam exceſſus peripheriæ magis magiſque augetur: neceſſe eſt, ut hinc error eò major oriatur, quo majores fiunt circuli. Diametro telluris tribuuntur vulgo 1720 milliaria germanica; continet ergo peripheria juxta proportionem Ludolphi 5400 $\frac{4}{7}$. milliaria germanica; ſuperficies 9289376 milliaria quadrata; & ſoliditas terræ 2662954453 $\frac{1}{3}$ milliaria cubica. Juxta proportionem autem veram

hic

hic demonſtratam comprehendit peripheria 5375 milliaria ſimplicia; ſuperficies 9245000 milliaria quadrata; ſoliditas 26 502 33 333 $\frac{1}{3}$ milliaria cubica. Eſt itaque in proportione Ludolphi exceſſus primus 25 milliarium ſimplicium; ſecundus 44376 milliarium quadratorum; tertius 1272 1120 milliarium cubicorum.

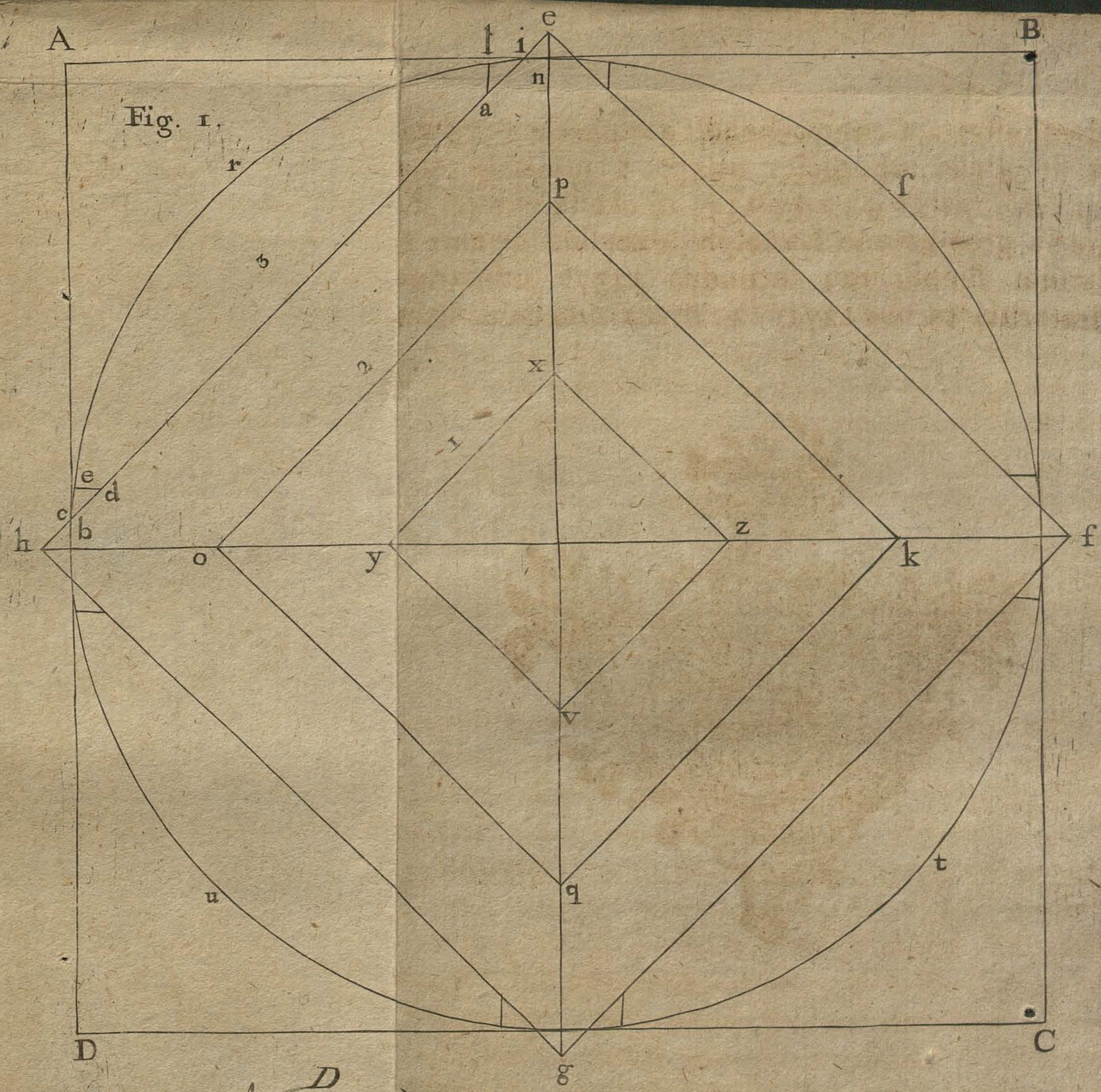


Fig. 1.

Fig. 2.

